

APLICACIÓN DE LA CARTA DE CONTROL CUSUM PARA EL COEFICIENTE DE VARIACIÓN

APPLICATION OF THE CUSUM CONTROL CHARTER FOR THE COEFFICIENT OF VARIATION

Stefanny Escorcia Marchena^{*1}, Roberto Herrera Acosta², Daniela Galván Rincón³

Recibido para publicación: 17 de octubre 2017 - Aceptado para publicación: 21 de diciembre 2017

RESUMEN

En el presente artículo se propone una carta de control CUSUM para el coeficiente de variación (CUSUM -CV), que sea capaz de detectar variaciones pequeñas en los parámetros de los procesos de producción de fungicida protector también conocido como fungicida de contacto. La variable monitoreada fue el pH, resultando que el proceso está bajo control, la variación de los coeficientes de variación es mínima. Concluyendo que la carta de control aquí planteada arroja resultados positivos para poder evaluar de manera efectiva procesos donde ocurran cambios pequeños en la producción.

Palabras clave: Carta CUSUM, Carta CUSUM-CV, Coeficiente de variación.

ABSTRACT

In this paper propose a CUSUM control chart for the coefficient of variation (CUSUM -CV), which is capable of detecting small variations in the parameters of the production processes of protective fungicide also known as contact fungicide. The variable monitored was the pH, resulting in the process being under control, the variation of the coefficients of variation is minimal. Concluding that the control letter presented here yields positive results to be able to evaluate effectively processes where small changes occur in production

Key words: CUSUM Chart, CUSUM Chart – CV, coefficient of variation.

¹ Estudiante de Ingeniería Industrial, Universidad del Atlántico, Barranquilla - Colombia. spescorcia@mail.uniatlantico.edu.co

² Roberto Herrera Acosta Ing. Químico Universidad del Atlántico, Barranquilla - Colombia. robertojoseherrera@gmail.com

³ Estudiante de Ingeniería Industrial, Universidad del Atlántico Barranquilla - Colombia. dgalvanrincon96@gmail.com

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, las compañías diversifican sus esfuerzos en estrategias para mejorar la calidad y reducir costos de fabricación, esto trae consigo la puesta en marcha de sistemas de control de la calidad, entre otras herramientas, que garanticen la reducción de unidades no conformes dentro del proceso de producción. [1]

Lo anterior implica el seguimiento o control estadístico de los procesos CEP de las variables de interés, esto se logra mediante herramientas estadísticas y gráficos que se conocen como cartas o gráficas de control. En las cuales se evidencian de manera práctica los resultados obtenidos periódicamente, e indican si las variaciones que se presentan en dichos procesos se encuentran por fuera de lo normal. [2]

Es decir, las cartas o gráficas de control tienen como finalidad evaluar si en el proceso de producción se están cumpliendo con las especificaciones requeridas o deseadas.

Ahora bien, para la elaboración de una carta de control se debe tener en cuenta qué tipo de carta se debe utilizar. Entre las cartas más reconocidas y utilizadas se encuentran las cartas de Shewhart, las cuales permiten evaluar la media y la varianza. Sin embargo, estas cartas son muy poco sensibles, esto es, que no son capaces de detectar cambios o variaciones pequeñas. [1][2][3]

2. JUSTIFICACIÓN

De acuerdo con lo mencionado anteriormente, surge la necesidad de proponer una carta de control que sea capaz de detectar cambios pequeños, que sea altamente sensible. La importancia radica en que en la mayoría de industrias los cambios de las especificaciones que se presentan son mínimos y no todas las cartas de control pueden aplicarse para establecer o mantener un control estadístico en estos casos. Muchas cartas de control que sirven para hacer un mejor análisis están siendo ignoradas, como es el caso de las cartas donde se monitorea el coeficiente de variación. [4]

En el presente artículo se expone la carta de control CUSUM o de sumas acumulativas y se propone una modificación: utilizar como estadístico de prueba el coeficiente de variación.

3. MARCO TEÓRICO

A continuación, se presentan los conceptos y técnicas estadísticas que serán empleados en el desarrollo del artículo:

3.1. Coeficiente de Variación

EL coeficiente de variación (CV) es una medida estadística de variabilidad muy útil, esta se define como la relación entre la desviación y la media $CV = \sigma/\mu$. Mostrando para bajos valores una alta concentración de los datos. Su utilidad radica en que podemos determinar que tanta variabilidad existe entre dos o más valores. [5]

Entre las características de esta medida de dispersión, se menciona que es independiente de las unidades de medición, de esto resulta que el CV es la cantidad más apropiada para comparar la variabilidad de dos o más muestras.

Para trabajos investigativos, el coeficiente de variación se utiliza muy seguido para examinar la precisión de la práctica, o más bien, de los datos medidos.

3.2. Carta de Control CUSUM

La carta de control CUSUM, propuesta por Montgomery en el año 2001, incluye varias muestras en una suma acumulada, en lugar de evaluar subgrupos por separado, esto da como resultado una mayor sensibilidad, de este modo, esta carta de control fue diseñada para detectar variaciones pequeñas de los procesos. Lo anterior se reconoce como una ventaja ante otras cartas de control como es el caso de la carta Shewhart, catalogando la gráfica de sumas acumulativas como una carta de control con memoria. [6][7][8] Dicho de otra manera, la carta CUSUM incorpora directamente toda la información contenida en las muestras tomadas del proceso, al graficar las sumas acumuladas de las desviaciones de éstas con respecto al parámetro de medición.

Ejemplificando lo anterior, si se tiene una muestra de tamaño $n \geq 1$ y $\bar{x}_j$ es el promedio de la j-ésima muestra. Entonces, si μ_0 es el parámetro para la media del proceso, la gráfica de control de suma acumulada es elaborada con la cantidad:

$$C_i = \sum_{j=1}^i (\bar{x}_j - \mu_0) \quad (1)$$

Donde C_i es la suma que acumula las desviaciones de las medias muestrales con respecto a la media poblacional hasta la i-ésima muestra. [1]

La sensibilidad que caracteriza esta carta de control de detectar pequeños cambios en la media de un proceso de producción, produjo que se ampliara el estudio de la misma. Se le realizaron modificaciones como la propuesta de Hawking que plantea un esquema para monitorear la dispersión de un proceso o la modificación realizada por Chang y Gan, entre muchas otras. [9][10][11]

En la cual se define la estadística de control como:

$$C_t^+ = \max[0, (CV_i - K) + C_{t-1}^+] \quad (2)$$

$$C_t^- = \min[0, (CV_i + K) + C_{t-1}^-] \quad (3)$$

Donde C_t^+ y C_t^- son las sumas acumulativas superior e inferior, respectivamente, usadas para monitorear variaciones, en este caso del coeficiente de variación. C_0^+ y C_0^- son los valores iniciales que generalmente son iguales a 0, en esta ocasión estos valores de arranque serán iguales al promedio de todos los coeficientes calculados por subgrupo, esto con el fin de crear una respuesta inicial rápida (FIR) también conocida como “ventaja anticipada”. [12][13]

El coeficiente de variación CV_i es el estadístico establecido para la carta, correspondiente a cada subgrupo.

Dentro de las recomendaciones que se hacen para el diseño de la carta CUSUM se encuentra definir el valor de decisión $H = h\sigma$ y $K = k\sigma$ donde σ es la desviación estándar de la muestra de la variable de interés y k es la constante de sensibilidad o valor de referencia que generalmente se toma como 0,5. Usando $h=4$ o $h=5$ que en su mayoría proporcionan buenas propiedades de la longitud de corrida promedio ARL. Sin embargo, la mayoría de autores recomiendan usar el segundo valor de h [13]

Siendo así, los límites de control para esta carta se definen como:

$$\pm h\sigma \quad (4)$$

Definido lo anterior, se dice que el proceso se encuentra bajo control si está dentro del intervalo $(-H; H)$.

4. METODOLOGÍA

Para la aplicación de la carta de control de CUSUM – CV se utilizaron datos recolectados en un proceso de fungicidas protectores también conocidos como fungicidas de contacto, donde la variable de interés fue la medida del pH. Estas cifras están encubiertas por una constante que se multiplicó por los valores reales, esto con el fin

de proteger la data de la empresa productora de este fungicida protector de plantas.

Se tomaron 27 mediciones, organizados en subgrupos de tamaño 3.

Se calculó la desviación estándar del total de mediciones, luego se hallaron los coeficientes de variación y con este las sumas acumulativas inferior y superior para cada subgrupo, de acuerdo a las ecuaciones 2 y 3, se usaron como constante de sensibilidad $k=0.5$, $k=0.03$ y $k=0.003$.

Posteriormente, se calcularon los límites de control conforme a la ecuación 4, tomando $h=5$.

Finalmente se representa la ilustración de la carta de control de acuerdo a los datos calculados, con el objetivo de identificar qué valor de k es el adecuado para esta carta y si el proceso se encuentra bajo control o por el contrario está fuera de los límites. Además, se puede identificar la variabilidad de los coeficientes de variación de los subgrupos.

5. RESULTADOS

En la tabla 1 se muestran los valores del pH medido en el fungicida de contacto con los que se realizó la aplicación de la carta de CUSUM – CV.

Tabla 1. Valores de pH tomados en el proceso de fungicida protector.

Subgrupo	pH		
	X_1	X_2	X_3
1	14.7900	14.6400	14.7300
2	14.1600	14.9700	14.6250
3	15.6600	14.0250	15.0300
4	14.3400	14.7000	14.1900
5	15.0300	14.6400	14.6400
6	14.3250	15.4350	14.4750
7	14.6400	13.9950	14.5200
8	14.4000	14.6400	14.5650
9	13.5450	14.9250	15.7350

El σ del estadístico de control del proceso se toma en el proceso como 0.023.

Los coeficientes de variación calculados por cada subgrupo son presentados parcialmente en la tabla 2.

Con los valores de CV, las sumas acumulativas C_t^+ y C_t^- para cada subgrupo se muestran en las tablas siguientes. Los valores iniciales o de arranque C_0^+ y C_0^- es igual a 0.03 que corresponde al promedio de los CV_i .

Para el caso de $k = 0.5$ las sumas acumulativas tanto inferior como superior, resultaron ser iguales a cero. Por lo que se dice que, en la carta CUSUM – CV tomar ese valor de k hace que la misma tenga poca o nula sensibilidad.

Tabla 2. Coeficientes de variación por subgrupo.

Subgrupo	CV
1	0.0051
2	0.0279
3	0.0553
4	0.0182
5	0.0152
6	0.0408
7	0.0238
8	0.0084
9	0.0751
Promedio	0.0300

Tabla 3. Sumas acumulativas inferior y superior para cada subgrupo para $k = 0.03$

Subgrupo	C_t^+	C_t^-
1	0.0051	0
2	0.0030	0
3	0.0283	0
4	0.0165	0
5	0.0018	0
6	0.0126	0
7	0.0064	0
8	0	0
9	0.0451	0

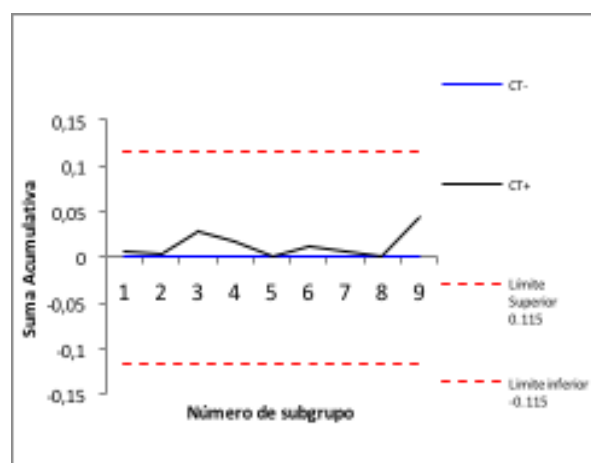
Tabla 4. Sumas acumulativas inferior y superior para cada subgrupo para $k = 0.003$

Subgrupo	C_t^+	C_t^-
1	0.0321	0
2	0.0570	0
3	0.1093	0
4	0.1245	0
5	0.1368	0
6	0.1746	0
7	0.1955	0
8	0.2009	0
9	0.0451	0

De acuerdo a la ecuación 3, los límites de control superior e inferior para la carta propuesta son $LCS = 5(0.023) = 0.115$ y $LCI = -5(0.023) = -0.115$.

En las figuras 1 y 2 se ilustra el comportamiento del coeficiente de variación para el pH del protector de plantas, mostrados en la tabla 3 y 4 respectivamente, mediante la carta de control CUSUM-CV.

Figura 1. Carta de control CUSUM –CV con $k = 0.03$



Fuente: Autores.

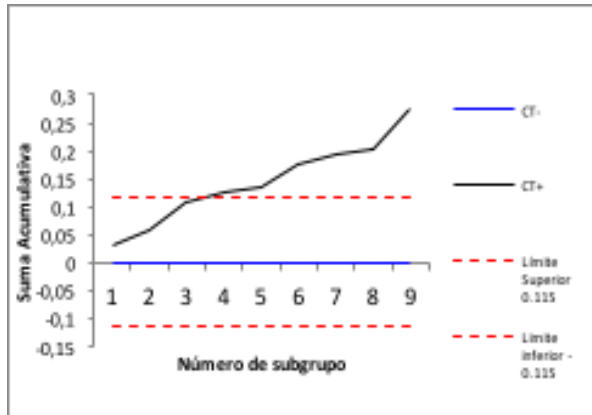
Cuando $k = 0.03$, la carta muestra un comportamiento bajo control. Donde, los estadísticos no exceden los límites de control, evidenciándose que hay una pequeña variación entre los coeficientes.

La carta de control muestra un leve aumento en los subgrupos 3, 6 y 9 como se puede prever de los datos mostrados en la tabla 2, en la que se aprecia que, en estos subgrupos el coeficiente de variación es mayor que en el resto.

Como se puede apreciar en la figura 2, para $k = 0.003$, la mayor parte de los puntos estadísticos de control están por fuera de los límites de control. Por lo que se infiere que, para valores pequeños de k la carta es demasiado sensible.

Por lo todo lo anterior, se dice que para esta carta se debe utilizar un valor de k intermedio, que arroje un comportamiento no aleatorio, donde el valor de 0.5 se considera muy alto.

Figura 2. Carta de control CUSUM –CV, con $k = 0.003$



Fuente: Autores.

6. CONCLUSIONES

Se puede concluir que para la carta de control CUSUM para el coeficiente de variación, el valor de la constante de sensibilidad o valor de referencia k es de suma importancia en la sensibilidad de la misma. En esta experiencia, el valor de $k=0.5$ que se utiliza tradicionalmente para las cartas de sumas acumulativas, no es aplicable para el caso donde se utiliza el CV como parte del estadístico.

En cambio, se encontró que el valor más adecuado u óptimo de esta constante para hacer control con el coeficiente de variación es igual a 0.03. Encontrándose también que, para valores de k muy pequeños como es el caso de 0.003, la carta resulta siendo demasiado sensible, implicando que la mayoría de los estadísticos de control se encuentren fuera de los límites, por lo que tampoco es conveniente usar cifras pequeñas.

La carta aquí desarrollada resulta ser de fácil aplicación por la simplicidad de los cálculos de los límites de control y los parámetros. Además, se deja por sentado que es una carta diseñada para detectar pequeños y medianos cambios en el coeficiente de variación.

Esta carta resulta muy útil y sensible para el seguimiento y control de la variabilidad de los datos y pequeños cambios como se dan en el pH del fungicida protector, siempre y cuando se use un valor óptimo para el valor de referencia que en esta práctica resulta ser 0,03. Encontrándose, en general, un proceso bajo control y con poca variabilidad.

REFERENCIAS

[1] Vergara, M. C. y Vargas, J. A. 2011. "Carta de control EWMA para el coeficiente de

variación". Mg tesis. Universidad Nacional de Colombia.

- [2] Eljach, F., Penagos, G., Peña, R., Niebles, B., "Evaluación del uso de las cartas de control X, EWMA y CUSUM en un sistema de control de calidad para procesos no correlacionados".
- [3] Phuong Hanh Tran*1 and Kim Phuc Tran. 2016. "The Efficiency of CUSUM schemes for monitoring the Coefficient of Variation".
- [4] Chang W., Lee, M. S., Seong, Y. J., Hawkins, D. M. 2007. "A control chart for the coefficient of variation". Journal Quality Technology, 39:151- 158.
- [5] Shuhua Ren, Alin Fan. 2011 "K-means clustering algorithm based on coefficient of variation".
- [6] Koshti, V. V., 2011. "Cumulative Sum Control Chart".
- [7] Vergara, M. C. 2012. "Aplicación de la carta de control EWMA –CV para la optimización del monitoreo del peso en la leche Pasteurizada en bolsa"
- [8] Woodall, W. and Adams, B. 1993, 'The statistical design of CUSUM charts', Quality Engineering 5(4), 559–570.
- [9] Acosta C.A., Pignatiello J., 2000. "Monitoring Process Dispersion without Subgrouping". Journal Quality Technology 32, 89 -102.
- [10] Chang, T. C., and Gan, F. F. 1995. "Accumulative sum control chart monitoring process variance". Journal of Quality Technology, 27:109-119.
- [11] Hawkins, D. M., 1981. "A CUSUM for a Scale Parameter". Wiley.
- [12] Herrera, R., 2012. "Comparación de las Cartas de Control Univariadas con Transformación en la Medida de Variabilidad", Ingeniare, Universidad Libre-Barranquilla, Año 7, No. 13, pp. 51-57.
- [13] Montgomery DC, 2001. Introduction to Statistical Quality Control, 3rd edition, Wiley, New York.