



Visualizar, permite construir el concepto de semejanza

Visualize, lets build the concept of similarity

José Elías Ojeda Jiménez

Universidad Distrital Francisco José de Caldas,
Colombia

jeojedaj@correo.udistrital.edu.co

Resumen

Este estudio destaca la importancia de la actividad cognitiva de visualización en la construcción del concepto de semejanza de figuras geométricas, con estudiantes de grado séptimo en la Institución educativa Técnico Industrial el Palmar ubicado en Paz de Ariporo, Casanare; los bajos resultados en las pruebas externas, las insinuaciones que ha venido haciendo el MEN en los estándares y lineamientos curriculares de matemáticas, dejan ver que existe la necesidad de fortalecer la visualización como actividad cognitiva necesaria para reconocer y analizar propiedades geométricas, herramientas como GeoGebra posibilitan esta actividad, más que una necesidad son una posibilidad. La investigación basada en diseños (IBD) es la metodología de corte cualitativo privilegiada para desarrollar esta secuencia que permite comprender aspectos de la semejanza a través de la visualización, al desarrollar las tareas de una actividad tecnológica escolar (ATE), cuya tarea central es la construcción de la maqueta de una casa y modelación de sus partes; los resultados encontrados de entrada dejan ver que de acuerdo al estado de aprehensión el niño privilegia la visualización icónica, dado que tiende a relacionar las representaciones con objetos conocidos. Centrándose más en el reconocimiento de la figura que en la identificación de sus propiedades, consecuencia de las relaciones inter e intrafigurales, al continuar el desarrollo de las tareas propuestas puede notarse que el niño propone trazos auxiliares que originan una nueva figura, pasando de la aprehensión perceptiva a la operatoria; al observar y analizar las respuestas emitidas por los estudiantes puede verse que al realizar trazos auxiliares sobre una figura o representación figural se privilegian las propiedades cualitativas, se pasa de la figura al discurso evidenciando deconstrucción dimensional, favoreciendo la representación no icónica (Duval, 2010); consecuentemente la aprehensión perceptiva funciona como eje articulador entre el discurso y las operaciones que el niño hace sobre las representaciones.

Palabras clave: Semejanza de figuras, visualización, tecnología, aprehensión, representaciones figurales.

Recepción: 24-11-2021 | **Aceptación:** 09-08-2022 | **Publicación:** 30-09-2022



Abstract

This study highlights the importance of visualization cognitive activity in the construction of the concept of similarity of geometric figures, with seventh grade students at the El Palmar Industrial Technical Educational Institution located in Paz de Ariporo, Casanare; the low results in the external tests, the hints that the MEN has been making in the standards and curricular guidelines for mathematics, show that there is a need to strengthen visualization as a cognitive activity necessary to recognize and analyze geometric properties, tools such as GeoGebra make it possible this activity, more than a necessity, is a possibility. Research based on designs (DBI) is the preferred qualitative methodology to develop this sequence that allows understanding aspects of similarity through visualization, when developing the tasks of a school technology activity (ATE), whose central task is the construction of a model of a house and modeling of its parts; The results found at the outset show that, according to the state of apprehension, the child favors iconic visualization, since he tends to relate representations to known objects. Focusing more on the recognition of the figure than on the identification of its properties, as a result of inter- and intra-figural relationships, when continuing the development of the proposed tasks, it can be noted that the child proposes auxiliary strokes that originate a new figure, going from the apprehension perceptive to the operation; When observing and analyzing the answers given by the students, it can be seen that when making auxiliary strokes on a figure or figural representation, qualitative properties are privileged, moving from the figure to the discourse, evidencing dimensional deconstruction, favoring the non-iconic representation (Duval, 2010); consequently, the perceptive apprehension works as an articulating axis between the discourse and the operations that the child makes on the representations.

Keywords: Similarity of figures, visualization, technology, apprehension, figurative representations.

Received: 24-11-2021 | **Accepted:** 09-08-2022 | **Published:** 30-09-2022

Introducción

Desde finales del siglo XX la visualización en geometría es un tema que ha despertado la curiosidad y ha sido tratada en diversas investigaciones, porque se ha visto la necesidad de abordar conceptos geométricos como es el caso de la semejanza de polígonos acudiendo a esta actividad cognitiva, de tal manera que el niño pueda acceder o acercarse al objeto matemático desde su percepción inicial, desde las representaciones a las que tiene acceso y desde las operaciones y transformaciones que se pueden aplicar a una representación; aportes que se pueden vislumbrar en diferentes trabajos (Duval, 1998, 2010, 2016; Escudero, 2003; Marmolejo, 2012, 2014; Marmolejo y Vega, 2012), los referentes de calidad propuestos para el área de matemáticas (MEN, 1998, 2006, 2016); dejan ver que existe la necesidad de transformar las prácticas educativas, haciendo énfasis en la importancia de introducir experiencias matemáticas relacionadas con la visualización para desarrollar habilidades espaciales.

Aunque existe la curiosidad por analizar los aspectos de la visualización aún no se le ha dado el manejo pertinente en las aulas, hecho que puede verse reflejado en los resultados de las pruebas saber en aspectos que conciernen a la semejanza y a la visualización. A partir de las anteriores observaciones surge como propósito de este trabajo: describir el proceso de representación empleado o privilegiado por estudiantes de séptimo grado al implementar una actividad tecnológica escolar, para comprender aspectos del concepto de semejanza a través de la actividad cognitiva de visualización en la construcción de prototipos de maquetas a escala. Surgiendo como pregunta central: ¿Cómo a través de la implementación de una ATE se logra que los estudiantes de séptimo grado comprendan aspectos de la semejanza de figuras geométricas, al resolver tareas que involucran la visualización en la construcción de prototipos de maquetas a escala?

El colegio en el cual se desarrolló la investigación es el Instituto Técnico Industrial El Palmar "ITEIPA", el cual se encuentra localizado en el municipio de Paz de Ariporo, Casanare (Colombia); en su casco urbano, colegio público que cuenta con los grados de preescolar a once para un total aproximado de 1380 estudiantes, además cuenta con 22 profesores para atender la población de preescolar a quinto, 28 profesores en secundaria y 4 directivos docentes, en cuanto al área de matemáticas se trabajan 5 horas semanales para el desarrollo de sus actividades, el plan de área se fundamenta en el constructivismo social, en los planteamientos del Ministerio de Educación Nacional en cuanto a lo que refieren los lineamientos curriculares, los estándares curriculares de calidad y los Derechos Básicos de Aprendizaje; a pesar de la fundamentación teórica con la que se cuenta actualmente se sigue trabajando desde las definiciones matemáticas, los ejercicios y uno que otro problema, además la parte que concierne a la geometría sigue dejándose para los últimos periodos o para el final de estos, hechos que no permiten abordar los conceptos ya sea por cuestiones de tiempo o por afán, cuando se trabaja muchas veces se acude directamente a las

definiciones y propiedades de forma rápida, sin tener en cuenta la visualización para el desarrollo de las tareas propuestas.

En consecuencia se considera pertinente y necesario abordar la enseñanza de la geometría en esta institución a partir de una ATE en la que el estudiante construya propiedades del concepto de semejanza acudiendo a la actividad cognitiva de visualización, la muestra seleccionada para el desarrollo de esta investigación se tomó del grado 7-3, el cual cuenta con 36 estudiantes matriculados, de los cuales son tenidos en cuenta tres niños para este estudio, dicha selección se hizo teniendo en cuenta aspectos de: disposición de un tiempo extra para el desarrollo de las actividades, contar con un dispositivo tecnológico para los encuentros sincrónicos y la conectividad.

Esta propuesta cuenta con un apartado en el que identifican las relaciones teóricas para identificar la incidencia positiva de los procesos cognitivos en la enseñanza de la geometría, partiendo de la visualización; como la acción mediante la cual el niño asocia construcciones internas con los elementos que les proporcionan los sentidos (Duval, 2010); con esta actividad básicamente se realiza algún tipo de transferencia, ya sea entre lo que se observa y las representaciones o de las representaciones a lo que se observa, actividad que puede darse a partir del cambio que le aplica quien observa y este puede ser: dimensional, figural o de anclaje, también se tienen en cuenta aspectos de la enseñanza de la semejanza, los cuales sirven como insumos para proponer las actividades tecnológicas escolares; la metodología se aborda a través de la Investigación basada en diseño, resultado de su proceso y con los datos encontrados y analizados, se pretende describir un fenómeno para tomar decisiones con respecto a esta práctica educativa de enseñanza, producto de relaciones teóricas, metas y tareas propuestas en el contexto específico, sus fases características son tres: preparar el diseño, implementarlo y analizarlo para poder aplicar posibles modificaciones durante su desarrollo y finalmente hacer un análisis retrospectivo.

En el apartado de resultados se muestran los hallazgos y respuestas emitidas por los niños al momento de resolver las tareas de la actividad tecnológica escolar, se muestran algunos de los productos elaborados por los niños; el análisis de los resultados básicamente se da tomado como referencia las hipótesis de aprendizaje previamente propuestas resultado de las relaciones teóricas, las acciones del estudiante en el desarrollo de las tareas propuestas al utilizar estrategias de diseño y análisis a través de la construcción, propuestas por Quintana (2015).

Finalmente se presentan las conclusiones de la implementación de este dispositivo didáctico, al tomar como punto de partida los bajos resultados en las pruebas externas con respecto a la geometría, se encuentra que esto no depende únicamente del accionar del estudiante sino también del profesor, del tipo de actividades que se proponen; además comprender el concepto de semejanza implica acudir a diferentes representaciones, analizar el comportamiento y la función de los elementos que las componen, diseñar, transformar y analizar la función de las partes con respecto al todo a través de la actividad cognitiva de

visualización como lo propone (Duval, 1998, 2010, 2016). Acudir irresponsablemente en el uso de representaciones icónicas puede constituirse en un obstáculo en la medida que el niño se centra en distinguir formas, mas no es en comprender y describir relaciones interfigurales e intrafigurales que llevan a la deconstrucción dimensional.

Para la comprensión de conceptos como la semejanza es necesario transformar las prácticas educativas, identificar figuras y manejar procedimientos algorítmicos no puede ser el fin en la enseñanza, esas figuras y sus representaciones deben ser un medio para para comprender sus propiedades, el uso de la tecnología en el aula no puede verse como una necesidad sino como una oportunidad para que los estudiantes puedan modelar, manipular y comprender el concepto geométrico, favoreciendo la actividad cognitiva de visualización, este tipo de tareas llevan al estudiante a realizar actividades de construcción y análisis, al implementar una Actividad Tecnológica Escolar en la que se debe construir la maqueta de una casa.

Referentes teóricos

El MEN (2008) propone orientaciones que ser tenidas en cuenta con respecto al uso de la tecnología, la potencialidad del uso de herramientas para abordar problemas de otras ciencias; en este caso de la matemática, particularmente establecer propiedades de semejanza entre figuras y sus elementos constitutivos al realizar diseños y modificar las representaciones con tecnología (GeoGebra), actividades y tareas que pueden ser abordadas desde la actividad cognitiva de visualización.

Al implementar una Actividad Tecnológica escolar se fomenta el debate, la discusión y el análisis de las relaciones existentes entre las partes de la maqueta de la casa y la modelación de esta, para establecer relaciones entre las partes que la componen es necesario emplear y construir conceptos geométricos que describen el funcionamiento al relacionar las partes en relación con el todo y viceversa, que posteriormente se constituyen en invariantes a los cuales el niño accede desde la percepción, el discurso y las operaciones; procesos cognitivos necesarios para comprender y construir el concepto de semejanza a través de la visualización.

Los procesos cognitivos en geometría

De acuerdo con los planteamientos de Duval (1998) el proceso cognitivo es entendido como el conjunto de actividades mentales mediante las cuales se le atribuye significado a todo aquello que se puede percibir acudiendo a patrones de reconocimiento adquiridos y codificados con los que se establece una relación, para lo cual es necesario emplear símbolos, representaciones y operaciones que permiten transformar la información; contribuyendo de esta manera con la asimilación, la acomodación y la reestructuración del conocimiento. Para el aprendizaje de la geometría son tres los procesos cognitivos que se reconocen como

fundamentales: la visualización, el razonamiento y la construcción, esta investigación está centrada en la actividad cognitiva de visualización.


Visualización

Es el proceso mediante el cual se establecen relaciones entre construcciones internas y elementos proporcionados a través de los sentidos, a partir del cual se articulan representaciones a un concepto, un fenómeno o un problema, también es la capacidad que desarrolla el niño para tomar una representación y asociarla con alguna de las anteriores situaciones, se está construyendo una representación a partir de los datos que le proporciona el medio a través de sus sentidos al establecer relaciones de correspondencia entre las partes del objeto y sus representaciones, por ejemplo, Torregrosa y Quesada (2007) afirman que debe existir una transferencia o relación directa entre el dibujo y la figura, lo cual puede evidenciarse cuando el dibujo se encuentra fuertemente ligado a definiciones y propiedades que la figura en sí misma no posee sino que le son atribuidas por el observador que interioriza; visualizar implica representar, transformar y aplicar tratamientos a las representaciones empleadas, actividad necesaria para identificar los objetos representados a partir de sus representaciones, ver también implica reconocer aquellos elementos que no están definidos por los trazos en las representaciones sino que son el resultado del analizar y que los puede ubicar dentro o fuera de las figuras (Duval, 1998).

Tipos de Visualización

A partir de los aportes y percepciones planteadas por Duval (2016) con respecto a los tipos de visualización en la tabla 1, se proponen las tipologías: icónica y no icónica.

Tabla 1. Caracterización de las tipologías de visualización propuestas por Duval (2016)

Visualización icónica	Visualización no icónica
La caracterización de las representaciones se hace a partir de objetos que se encuentran en el entorno natural.	La caracterización de las representaciones se da a partir de los elementos que las componen, por ejemplo, relaciones entre la posición de líneas, ángulos y sus respectivas transformaciones.
La figura se asume como objeto independiente, se recurre a las formas tipo por ejemplo, para el niño esto es asociado con una casa.	No se centra únicamente en el reconocimiento de las figuras sino en analizar las relaciones que se pueden dar entre sus elementos constitutivos, en las representaciones de la izquierda puede apreciarse un triángulo y rectángulo yuxtapuestos, hay líneas paralelas, perpendiculares.
	
El estudiante no construye las invariantes, su reconocimiento se da a partir de las características dadas.	Las invariantes se descubren y se construyen al realizar algún tipo de transformación sobre las representaciones
No hay deconstrucción dimensional.	Una representación geométrica se reconoce como la composición de unidades figurales de igual o menor orden, es estudiante utiliza trazos auxiliares para comprobar algunas hipótesis.

La aprehensión

Al observar y analizar una representación se pueden captar formas de las cosas sin entrar en juicios ni negar ni afirmar, transferir cualidades de los objetos a nuestras estructuras, de acuerdo con los planteamientos de Duval (1998), un dibujo nos deja ver una o varias figuras 1D/2D (de dimensión 1 representada en 2 dimensiones) o 2D/2D (líneas rectas o curvas, la frontera cerrada de un triángulo, de un cuadrilátero, etc.) o bien figuras 3D/2D (cubos, esferas, etc.). El reconocimiento visual de figuras se basa en leyes de organización perceptiva, y estas figuras se pueden usar para representar objetos reales u objetos matemáticos.

La organización perceptiva permite realizar organizaciones de acuerdo con las formas que apreciamos en nuestro entorno, al observar una figura o un objeto el observador regularmente realiza algún cambio sobre lo que está viendo; relacionar alguna configuración con un objeto sin atribuirle discurso o relaciones matemáticas, por ejemplo identificar un rectángulo a partir una pared de la casa, o construir una figura con GeoGebra sin la necesidad de caracterizarla, caracterizar la forma que identifica en casa o en la maqueta a partir de los elementos que componen haciendo empleo del discurso o alguna operación que transforma los elementos de la representación; por ejemplo el niño antes de construir su maqueta, reconoce las formas en las partes de la casa y para construir el prototipo debe cortar siguiendo la representación figural que ha observado, medir, relacionar medidas de base y altura de las partes que recorta, analizar la posición de los ángulos que determinar la forma de dichas partes, hacer corresponder dichas partes para que no queden unas más largas que otras, trabajo que lo lleva establecer relaciones e invariantes pudiendo apreciarse las diferentes configuraciones visuales que movilizan deconstrucciones dimensionales 3D/3D, 3D/2D, 2D/2D, 1D/2D. Estos cambios pueden darse en tres fases: la aprehensión perceptiva, discursiva y operatoria, para las cuales no puede definirse un orden de ocurrencia.

Aprehensión perceptiva

Se caracteriza por la identificación simple a partir de una configuración definida o identificada anteriormente, además es la primera en ser utilizada en la etapa educativa, por ende la primera que aparece en el desarrollo cognitivo de los estudiantes, en esta la definición de la representación puede estar dada a partir de características vistas en un objeto, una colección de rayas que conforman una figura geométrica, el niño puede llegar a decir que la pared de su casa es un rectángulo, mas no que tiene forma rectangular y mucho menos entrar en detalles para describirlo.

Aprehensión discursiva

Es la acción cognitiva que produce la asociación de la configuración reconocida con afirmaciones matemáticas (axiomas, definiciones, teoremas), lo cual puede realizarse en dos direcciones atendiendo a las direcciones de las transferencias realizadas, a este proceso es lo que se denomina cambio de anclaje y puede darse en dos direcciones:

Del anclaje visual al anclaje discursivo

Esto ocurre cuando a una figura se le asocia una definición o una afirmación, lo cual se hace identificando una figura que se reconoce a partir de ciertas características, por ejemplo, el reconocimiento de una forma en su representación o en el entorno, se da cuando se reconoce por un lado la figura y a su vez se le asocian las características que la definen por ejemplo hablando de la posición de las líneas, paralelas, perpendiculares; la formación de sus ángulos.

Del anclaje discursivo al anclaje visual

Este se da por ejemplo cuando al estudiante se le da una definición o una caracterización a partir de un enunciado y se le pide por ejemplo construir un triángulo equilátero y este tiene la capacidad de construir la figura que cumpla dichas características, esta asociación no se da de igual manera para todos los estudiantes, puede darse particularmente; con algunos enunciados o características dadas se puede llegar a la figura y con otras no, por ejemplo al decir que hay tres casas que no están alineadas y las distancia entre cualquier casa y las otras dos es la misma, algunos estudiantes no pueden representar esta situación por medio del gráfico.

Aprehensión operativa

Esta se produce o se puede identificar cuando el estudiante está en la capacidad de realizar alguna modificación de la configuración inicial para solucionar un problema partiendo de sus unidades figurales, dicho cambio puede realizarse de dos maneras:

Aprehensión operativa de cambio figural. Esta se da cuando a la figura inicial se le añaden o se le quitan nuevos elementos geométricos, realización de sub-configuraciones, por ejemplo, para reconocer que dos líneas son iguales es necesario trazar otras líneas que no están trazadas inicialmente para conformar nuevas figuras sin la necesidad de acudir a una medida.

Aprehensión operativa de reconfiguración. Se da cuando las configuraciones iniciales deben ser manipuladas o colocadas en otros lugares para demostrar algo, manipulando sus partes como elementos de un puzle, en este caso manipular las partes de la maqueta para hacer redistribuciones.

Las Actividades Tecnológicas Escolares (ATE)

De acuerdo con los planteamientos hechos por Quintana (2015) estas corresponden a unidades de diseño por parte de docentes y equipos de trabajo en las cuales deben ser contempladas estrategias didácticas, con el fin de abordar las distintas dimensiones de la tecnología o con tecnología, por ejemplo para analizar el uso de la tecnología, reconocer la función que cumple cada una de las partes con respecto al todo, puede partir también del análisis de los recursos necesarios para su producción, el impacto ambiental que se genera con tal tecnología, las repercusiones éticas que esto puede tener con su producción y uso, en

cuanto al diseño y construcción se tienen en cuenta pasos necesarios para que algo funcione y supla alguna necesidad creada por el hombre, pero también la tecnología es utilizada para resolver problemas o acceder a representaciones, por ejemplo puede utilizarse un software para modelar o solucionar un problema matemático; buscando articular conceptos propios de la tecnología con conceptos de otras ciencias para potenciar algún concepto, dentro de los enfoques propuestos se tendrán en cuenta el de diseño y el de análisis a través de la construcción que serán descritas a mayor detalle en siguiente apartado. Cabe destacar que una ATE debe contemplar los siguientes aspectos: tener intencionalidades de formación, un objeto de estudio, coherencia, adecuación al contexto, ser producto del diseño, poseer una estructura interna, ser evaluable y ajustable.

Estrategias de diseño

Estas deben ser asumidas como una forma de acción pedagógica en la que se asume el diseño como la vía para conseguir y desarrollar las ATE, debe ser tomado como la acción cognitiva de conocer y construir un conocimiento nuevo a partir de un problema presentado, buscando transformar lo que se plantea a través de una o de varias soluciones, dando cabida a la aparición de nuevos estados de conocimiento por parte de quien diseña, el diseño debe ser tomado en sí mismo como el conjunto de acciones concretas, los procesos de pensamiento empleados, las estrategias utilizadas para enfrentar el problema, algo importante a ser considerado es que los problemas de diseño son abordados desde posturas heurísticas por parte de los estudiantes y no de una forma algorítmica.

Estrategia de análisis a través de la construcción

Esta estrategia se fundamenta en el hacer, la elaboración constructiva, la concreción fáctica de ideas, lo cual dinamiza las distintas formas de representación, escritas, gráficas, tridimensional entre otras, en este trabajo esto se puede evidenciar porque el niño debe ir construyendo la maqueta o la representación con GeoGebra e ir analizando lo que va haciendo, además durante el desarrollo de este trabajo se exalta bastante una de las potencialidades propuestas por el profesor Quintana (2015) y es que: El poder transitar desde el mundo de las ideas al mundo concreto seduce a los estudiantes a la realización del trabajo propuesto, además el trabajo que se realiza con las manos crea un compromiso muy fuerte, hecho que se vio reflejado durante el desarrollo de la ATE.

Además, el trabajo desde lo concreto implica la transformación de materiales que toman formas y texturas diferentes a las que inicialmente poseían para ser acomodados a aquello que se construye como el acople de una idea, esto permite crear argumentos y explicaciones, tomar pedazos de cartón y acomodarlos según las indicaciones del problema propuesto.

Es importante precisar que para el desarrollo de esta ATE se dio en dos etapas que se describen de la siguiente manera, con base la propuesta de Quintana (2015):

Etapa 1: Diseño Didáctico de las ATE

Primero que todo se define la estrategia que se desea privilegiar buscando dar la relevancia que se merece la acción del estudiante con respecto al uso de la tecnología, a sus actos de pensamiento y reflexión, actos de diseño, de comprensión, de análisis, colaboración, participación y debate; cabe destacar que una misma ATE puede ser abordada desde diferentes estrategias.

Etapa 2: Construcción de Prototipos para las ATE

De acuerdo con la metodología de diseño y construcción que se planteó se da inicio al proceso de diseño y construcción de la maqueta por parte de los estudiantes y posteriormente a la representación o modelación por medio de GeoGebra.

La semejanza

La semejanza ha venido utilizándose de manera intuitiva para solucionar muchos problemas de la vida cotidiana, partiendo de que dos figuras son semejantes si tienen la misma forma pero diferente tamaño, es decir el uno debe ser la ampliación o la reducción del otro, considerando la conservación de proporción entre los lados correspondientes; se reconoce además que dos polígonos son semejantes si existe una transformación que envíe un polígono al otro ya sea por empleo de una homotecia o el resultado de la composición entre una homotecia y una isometría. La semejanza de triángulos es definida a partir del siguiente enunciado:

Dos triángulos son semejantes si sus ángulos homólogos son congruentes y sus lados homólogos son proporcionales, esto puede escribirse de la siguiente manera $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ si $\angle A = \angle A'$, $\angle B = \angle B'$, $\angle C = \angle C'$ y $AB/(A'B') = AC/(A'C') = BC/(B'C')$.

LAL dice que dos triángulos $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ son semejantes si $(A'B')/AB = (B'C')/BC$ y $\angle ABC \cong \angle A'B'C'$.

LLL dice que dos triángulos $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ son semejantes si $(A'B')/AB = (B'C')/BC = (A'C')/AC$

AA Los triángulos $\Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ son semejantes si $\angle ABC \cong \angle A'B'C'$ y $\angle BAC \cong \angle B'A'C'$

Ahora partiendo del análisis hecho por Escudero (2005) en el cual se hace recuento de cómo se han venido presentando los contenidos en los libros de texto, específicamente lo referido a la semejanza, el cual aparece en diversas situaciones de la realidad y como consecuencia de la geometría moderna su tratamiento ha sido afectado.

La semejanza es una transformación geométrica en el plano o en el espacio, se caracteriza por: Ser producto de una homotecia por un movimiento $S = H * M$ y transformación de un espacio euclidiano por la cual para cualesquiera dos puntos A y B y sus respectivas imágenes A' y B' tiene lugar la relación $|A'B'| = k * |AB|$, donde k es un número positivo llamado razón de semejanza.

A partir de las caracterizaciones anteriores puede afirmarse que dos figuras son semejantes cuando poseen todos sus ángulos iguales y sus lados correspondientes proporcionales, según (Lemonidis, 1991, citado por Escudero, 2005), además este autor reconoce que existen tres situaciones que deben ser tenidas en cuenta al momento de considerar la semejanza como un objeto de enseñanza:

Relaciones intrafigurales, donde se relacionan los elementos de la figura con los elementos correspondientes de su semejante.

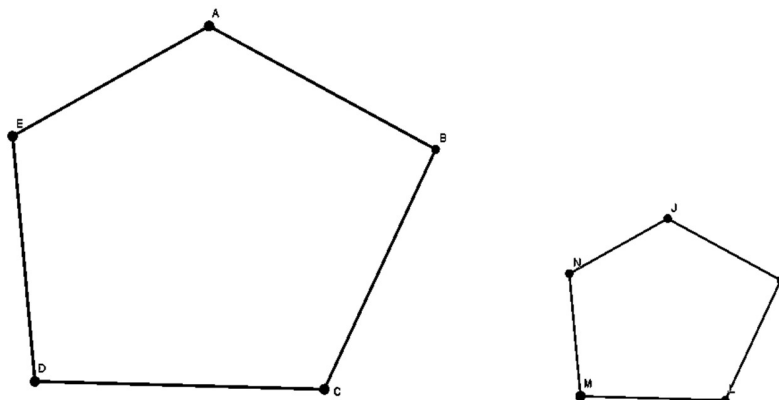
Transformación geométrica vista como útil, se usa el concepto de semejanza en la resolución de un problema y esta se da a partir de aplicación de puntos del plano en el mismo.

Transformación geométrica como objeto matemático se da donde hay un tratamiento en el que es necesario realizar una transformación resultante en más.

Si partimos de la definición se dice que dos figuras son semejantes siempre que sus ángulos correspondientes son iguales y sus lados correspondientes son proporcionales, es decir dos o más figuras son semejantes siempre que tienen la misma forma, pero diferente tamaño.

Dos figuras A y B son semejantes si existe una transformación de semejanza que transforma una figura en la otra y se escribe así: $A \sim B$. Por ejemplo, al nombrarse el polígono ABCDE de la figura 1 y decir que hay una semejanza con el polígono JKLMN respectivamente y debe conservarse la misma razón de semejanza ente sus lados correspondientes:

Figura 1. Semejanza entre polígonos



$$\frac{\overline{AB}}{\overline{JK}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{KL}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{LM}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{MN}} = \frac{\overline{EA}}{\overline{NJ}}$$

GeoGebra

A partir de los planteamientos de la Guía 30 del MEN (2008) la tecnología debe estar al servicio del ser humano, puesto que con esta se pueden resolver problemas, satisfacer necesidades mediante su uso racional y crítico.

En la página oficial del GeoGebra (22 de agosto del 2022) se encontró que este es un software dinámico que puede ser utilizado en todos los niveles educativos, principalmente para trabajar geometría, además este es de acceso libre, el cual puede constituirse como una herramienta útil en los procesos de enseñanza y aprendizaje porque con este se pueden realizar graficas con bastante precisión y de manera ágil, además consta de elementos que van desde el punto hasta los polígonos, su dinamismo permite manipular los elementos que componen las figuras, realizar trazos auxiliares, desplazar o deslizar los elementos, medir los elementos que componen las representaciones entre muchas otras acciones que pueden ser exploradas por los usuarios ya que es de fácil manejo.

Metodología

De acuerdo con Rinaudo y Donolo (2010) la finalidad del estudio basado en diseños (IBD) es generar conocimiento que contribuya al mejoramiento de las prácticas educativas, estos básicamente son estudios de campo en los que el investigador interviene en un contexto específico, buscando atender un contexto de aprendizaje mediante un diseño instructivo, atendiendo unas metas específicas, su elaboración debe ser el resultado de relaciones teóricas, sus pasos o fases no están preestablecidos, pero estos si deben ser iterativos para poder afirmarse o reestructurarse en el camino de acuerdo con los resultados observados, generalmente son desarrollados para introducir nuevos temas al currículo o nuevas herramientas, bajo este tipo de caracterización puede verse que su alcance generalmente es de tipo exploratorio, pero estos no solo se pueden reducir a la elaboración y prueba de un diseño, sino que aportan a las teorías o se concretan en modelos teóricos.

De acuerdo con (Design-Based Research Collective, 2003, citados por Rinaudo y Donolo, 2010) la IBD nos ayuda a comprender las relaciones teóricas entre artefactos diseñados, la teoría educativa y la practica como tal, estos diseños se crean buscando mejorar el aprendizaje, para crear conocimientos útiles y avanzar en la construcción de teorías de enseñanza y aprendizaje en contextos específicos. Según Rinaudo y Donolo (2010) para este tipo de diseño es tan importante estudiar problemas de aprendizaje particulares como influir e intervenir en ellos, teniendo en cuenta que las problemáticas o los fenómenos educativos generalmente están enmarcados dentro de una sociedad con rastros culturales marcados, los cuales se constituyen e influyen en las prácticas escolares, esos rastros son determinados por factores como la desigualdad social, las políticas educativas, la calidad de los textos que utiliza el docente, el uso que se da a la evaluación en los procesos educativos.

De acuerdo con lo descrito anteriormente este estudio ha sido abordado desde la investigación basada en diseños IBD con enfoque cualitativo la cual permite analizar las prácticas educativas, particularmente la comprensión de la semejanza de figuras durante el desarrollo de una ATE que favorece la actividad cognitiva de visualización, para tal fin se ha tenido en cuenta teorías relacionadas con la visualización, la enseñanza de la semejanza, las

actividades tecnológicas escolares (ATE) y las disposiciones generales del ministerio de educación Nacional con respecto a las matemáticas y a la tecnología, relaciones que permitieron formular y desarrollar una trayectoria hipotética de aprendizaje; para su desarrollo e implementación se han tenido en cuenta 3 estudiantes del Instituto Técnico Industrial el Palmar del grado séptimo, muestra seleccionada teniendo en cuenta las posibilidades de conectividad y la disposición de los niños junto con sus familias, puesto que por condiciones de salud pública y como consecuencia del Covid-19 las actividades debieron desarrollarse de manera virtual, trabajo que se desarrolló en tres fases:

Primera fase: Preparación del diseño

Esta fase consiste en formular explícitamente los criterios que orientan el diseño; en ella se definen las condiciones iniciales, las metas finales, las intenciones teóricas del diseño experimental y el desarrollo del instructivo de la secuencia o especificación de lo que se debe hacer en cada uno de los momentos (Gravemeijer y Cobb, 2006, como se citó en Rinaudo y Donolo, 2007), esta fase se caracterizó porque de entrada se hizo un diagnóstico de la población, el análisis del contexto: determinando la cantidad de estudiantes o muestra con la que se puede contar; posteriormente a esto se proponen unas metas de aprendizaje como consecuencia de la relación de teorías y trabajos previos, con respecto a la enseñanza de la semejanza, la visualización, las actividades tecnológicas escolares y la incidencia del uso de la tecnología; las metas de aprendizaje propuestas son:

- Establecer relaciones de dependencia entre los elementos que componen las figuras o un cuerpo geométrico empleando geogebra como herramienta que permite representar y reorganizar las partes para construir el concepto de semejanza.
- Modelar el espacio utilizando recursos de manera segura construyendo modelos, maquetas y prototipos con los cuales se pueden identificar elementos del concepto de semejanza puesto a partir de la actividad cognitiva de visualización, identificando invarianzas y propiedades geométricas por medio de relaciones intrafigurales e interfigurales.

Con base en las metas de aprendizaje establecidas y las teorías relacionadas se propuso la siguiente trayectoria de aprendizaje que se describe en la tabla 2.

El siguiente momento en esta fase es el diseño instructivo de la actividad tecnológica escolar denominada a construir casas, la cual cuenta con los siguientes apartados en su estructura sugeridos por Quintana (2015a): una situación inicial, unas metas o propósitos, reto o actividades e información de contenidos. El diseño de la actividad se puede encontrar en el enlace: Actividad a construir casas (<https://bit.ly/3E5PgLa>)

Tabla 2. Trayectoria hipotética de aprendizaje para reconocer propiedades en invarianzas en las figuras a partir de la visualización.

Nivel I: Caracterizar los objetos teniendo en cuenta sus cualidades y al momento de nombrarlos los asocia con elementos u objetos de la realidad.		
aprehensión	Descriptor	Tarea
Perceptiva	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar figuras. -Caracterizar a través de la percepción. -Descripción cualitativa. -Invariabilidad de tamaño tras un movimiento. 	<ul style="list-style-type: none"> Construir una maqueta de la casa respetando la forma e identificar figuras y nombrarlas (visualizar y describir las partes que la componen). Deslizar figuras empleando un software dinámico. (observar y describir las figuras) Comparar figuras que tienen el mismo tamaño o la misma forma colocadas en posiciones diferentes.
Nivel II Identificar y relacionar los elementos constitutivos de una figura.		
Discursiva	<ul style="list-style-type: none"> -Caracterizar figuras teniendo en cuenta relaciones entre sus elementos. - Construir representaciones a partir de un enunciado. -Nombrar las unidades figurales -Reconocer las partes de una figura o cuerpo 	<ul style="list-style-type: none"> Reconfigurar una figura dada para obtener otras que tengan el mismo tamaño, pero diferente forma Descomponer un triángulo en varias regiones de tal manera que al reconfigurarlo se pueda obtener un cuadrilátero empleando representaciones sobre el papel o con GeoGebra.
Nivel III Establecer correspondencia entre dos o más figuras sin importar la posición teniendo en cuenta la dimensión.		
Operatoria	<ul style="list-style-type: none"> -Descomponer figuras en unidades de igual o menor dimensión. -Utilizar la razón entre segmentos -Utilizar la proporción. -Comparar dos más figuras teniendo en cuenta tamaño y forma. -Relaciones intrafigurales -Resolución de problemas 	<ul style="list-style-type: none"> Diseño y construcción de la maqueta de una casa contando con un mínimo de lugares respetando las condiciones del problema. Recortar figuras que tengan la misma forma que otras, pero sean de diferente tamaño. Representar formas específicas con GeoGebra y aplicarles la función de arrastre para identificar los elementos de la construcción que son invariantes. Aplicar protocolos de construcción a las figuras con software de tal manera que se pueda conservar la forma al realizar un movimiento. Relacionar lados correspondientes de dos o más figuras que tienen la misma forma pero diferentes tamaños.

Nota. Esta tabla muestra las metas y actividades que pueden desarrollarse de manera progresiva para identificar elementos de la semejanza de figuras pasando por los tres tipos de aprehensión propuestas por Duval (2010): Perceptiva, discursiva y operatoria.

Segunda fase: implementación del diseño y análisis preliminar

En esta fase se implementa la secuencia planteada en la anterior fase y se van analizando los resultados a partir de las relaciones teóricas establecidas entre visualización, semejanza y enseñanza con tecnología para poder tomar medidas al respecto, dicho análisis permite evaluar el funcionamiento y desarrollo de las tareas con base en las metas propuestas en los procesos educativos, así como lo plantean Rinaudo y Donolo (2010). Secuencia que se fue implementado durante 8 sesiones virtuales, cuyo registro fue tomado por medio de la grabación de videos que posteriormente permitieron realizar el análisis. Para

tal caso se registra lo encontrado, se compara con lo esperado a partir de los indicadores propuestos por actividad y los indicadores de nivel propuestos en la trayectoria hipotética de aprendizaje.

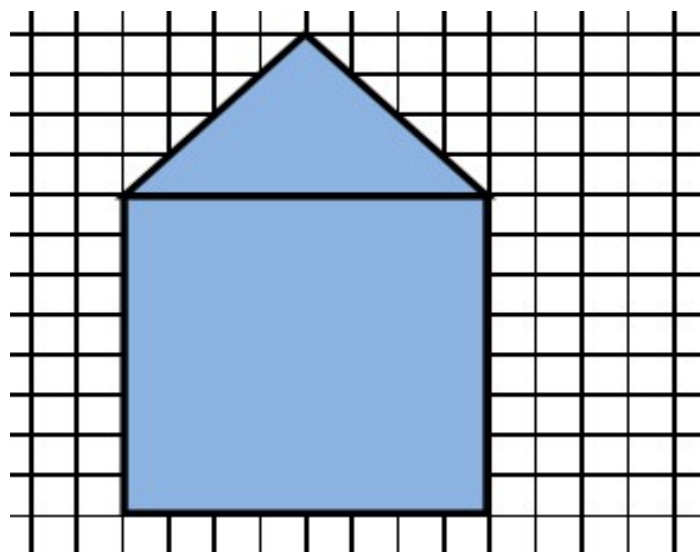
Tercera fase: análisis retrospectivo

En esta fase se toman cada uno de los episodios que determinaron el diseño instructivo (diseño inicial, implementación de las tareas, observación y análisis preliminar), se determina el progreso que hubo durante la implementación y el análisis preliminar; Para tal fin se analiza la manera como los estudiantes diseñan, analizan y construyen la maqueta, tomando en cuenta los elementos teóricos sobre las características de las estrategias de diseño y construcción de las ATE, presentadas en el marco teórico y que sirven para analizar el logro de los objetivos propuestos.

Resultados

Para la implementación de la secuencia didáctica se partió de la actividad diagnóstica, la cual se presenta a continuación:

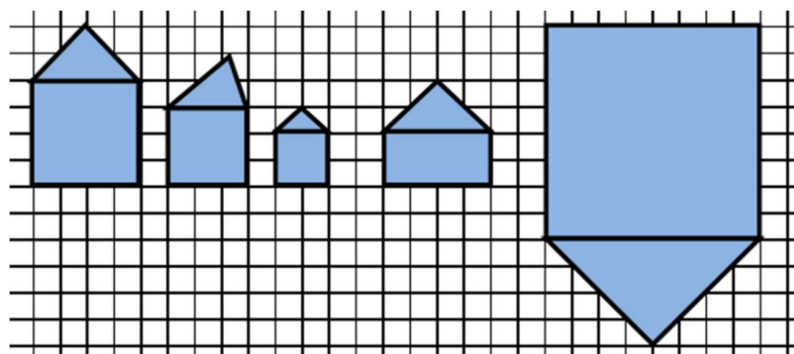
Figura 2. Figuras yuxtapuestas



A partir de la figura 2 y con relación a la figura 3, responde.

1. ¿Cuál de los siguientes dibujos puede asociarse como una foto de la figura de arriba? ¿Por qué?
2. ¿Qué hace parecidos estos dibujos?
3. ¿Qué se puede decir acerca de la forma y el tamaño?
4. ¿Alguna figura es igual al original? ¿Por qué?

Figura 3. A establecer relaciones de semejanza



Las respuestas que dieron los estudiantes se detallan en la tabla 3.

Tabla 3. Respuestas de los estudiantes para las preguntas de la actividad diagnóstico

Pregunta	Estudiante 1: E1:	Estudiante 2: E2:	Estudiante 3: E3:
1	La F3 y F5 porque esta última solamente está en una posición diferente porque las podemos rotar, contando las cuadrículas que se encuentran de fondo de las figuras se puede ver el parecido.	La F1; la F3 y la F5; porque cuando se toma una foto puede ampliarse y achiquitarse, y de esta manera se puede obtener la misma figura; tienen la misma forma, lo que se da al contar los cuadritos de cada figura.	Al relacionarlas; la primera es igual a la de arriba porque son iguales pero tienen diferente tamaño, dado que la figura de arriba es más grande que la de abajo pero las dos tienen la misma forma, diciendo que si la figura de abajo yo la engrando (sic) queda igual a la de arriba.
2	Los estudiantes opinan de manera conjunta que sí son parecidos porque se pueden identificar triángulos y cuadrados en estas, aunque se descarta la figura cuarta porque en ella se encuentra un rectángulo en la parte de abajo, mientras que el techo de esa misma figura: es un triángulo que se parece al de la figura inicialmente dada.		
3	No responde	Que unas están más pequeñas que las demás porque las medidas son diferentes pero tienen las mismas formas cuadrados y triángulos y por ejemplo la figura 4 tiene un rectángulo	No responde
4	No responde	La F2 tiene las mismas medidas, solo que esta en una posición diferente.	No responde

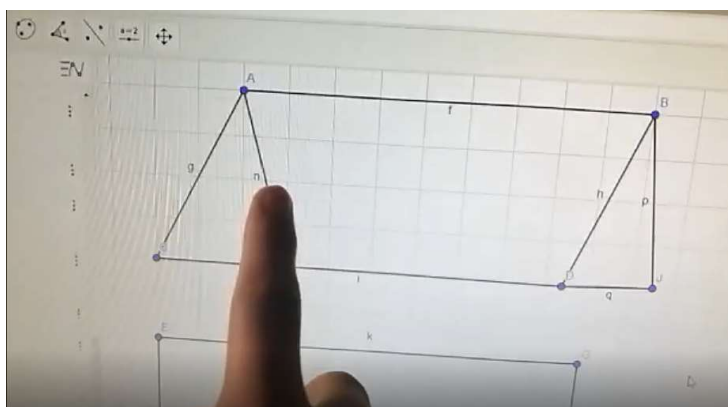
Con respecto a la situación inicial de la ATE pudo evidenciarse lo siguiente:

Tabla 4. Respuestas de los estudiantes para la situación inicial de la ATE.

<p>E1: Construye una figura en su cuaderno cuadriculado, realiza la división agregando dos trazos auxiliares, lo muestra en una siguiente figura y luego dice que se puede mover cualquiera de los dos triángulos, el de la derecha hacia la izquierda y acomodarlo o el de la izquierda hacia la derecha, mostrando la tercera figura.</p>	<p>E2: Construye una representación nueva empleando hojas cuadriculadas, para lo cual sugiere nuevos trazos en la figura dada y posterior a esto mover esas nuevas partes para formar el rectángulo sugerido.</p>	<p>E3: Añade nuevos trazos a la figura dada empleando GeoGebra, diciendo que de la nueva división hecha solamente hay que mover o trasladar el triángulo de la derecha hacia la izquierda.</p>
---	---	--

Un ejemplo de ello podemos encontrarlo en la siguiente figura:

Figura 4. Reorganización de una configuración con trazos auxiliares.



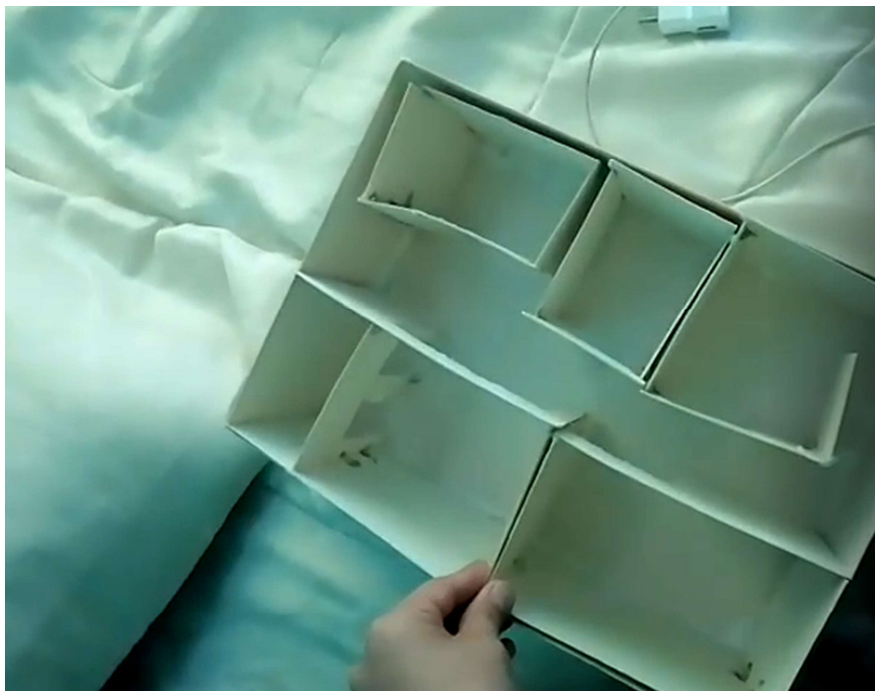
Con respecto al reto y sus tareas:

Tabla 5. Percepciones de los estudiantes frente al reto y las tareas de la ATE

<p>El E1 Construye e identifica mayoritariamente las formas rectangulares y menciona el largo y el ancho 5 por 4, para lo que dice que por cada metro utilizó 5 centímetros</p>	<p>El E2 realiza la construcción de un plano de la casa colocando medidas numéricas, cada metro lo representa con 1 cm, aunque a líneas representadas con diferente medida les asigna el mismo valor</p>	<p>El E3 realiza una construcción en maqueta de la forma que pudo percibir de su casa pero sin guardar ningún tipo de proporción</p>
<p>El E1 realiza una representación a partir de segmentos haciendo empleo de escala para las construcciones, empleando la cuadrícula de GeoGebra como fondo para las representaciones, y se pueden mover todos los segmentos</p>	<p>El E2 realiza su representación a partir de segmentos y dice que se pueden mover los lados que componen las figuras.</p>	<p>El E3 presenta una construcción dada a partir de segmentos, reconoce que se pueden mover los segmentos pero que además al moverse estos por separado cambian los ángulos.</p>

Uno de los productos de la construcción puede observarse a continuación:

Figura 5. Representación de los espacios de una casa por medio de una maqueta.



Discusión

A partir de las respuestas encontradas y las hipótesis de aprendizaje anteriormente mencionadas en la metodología tomadas de los niveles propuestos en la Trayectoria hipotética de aprendizaje y en contraste con las teorías relacionadas: acerca de visualización, la semejanza de polígonos con y sin tecnología y las actividades tecnológicas escolares se formula unos cuadros de análisis (tablas 6, 7 y 8), los cuales presentan en la parte de arriba las hipótesis de aprendizaje, inferior derecha lo que se espera conseguir con esta e inferior izquierda lo que se ha encontrado con su implementación.

Con el desarrollo de esta actividad pudo encontrarse que la primera caracterización que hace el estudiante al observar varias figuras tiende a relacionarlas con una representación icónica, tendiendo a asociaciones con objetos conocidos como por ejemplo una casa o con alguna representación figural que ha sido muy utilizada.

Cuando el estudiante observa una figura inmediatamente la ve como un todo, sin detenerse a observar detalladamente las relaciones que existen entre elementos de orden

inferior que se constituyen en propiedades de formación, por ejemplo, en una figura 2D la relación de los elementos 1D con los cuales está formada no es inmediata.

Tabla 6. Contraste de resultados encontrados con respecto a las hipótesis para la actividad diagnóstico.

<ul style="list-style-type: none"> - Al poner en contacto al estudiante con una representación figural este lo asocia con formas u objetos conocidos sin mencionar sus propiedades. - Cuando se tratan de describir las configuraciones figurales a partir de propiedades visuales el estudiante acude a unidades figurales 2D - El estudiante puede relacionar con mayor facilidad el tamaño de dos o más figuras cuando hay una rejilla de fondo - Visualmente el estudiante puede reconocer los lados correspondientes de dos o más figuras cuando se tienen en cuenta los ángulos. 	
Lo esperado	Lo encontrado
<ul style="list-style-type: none"> - Caracterizar las figuras geométricas que componen una representación. - Identificar figuras que poseen la misma forma relacionando el tamaño de sus partes correspondientes (ángulos y lados). - Describir adecuadamente las propiedades de las figuras que componen una representación geométrica. 	<ul style="list-style-type: none"> - las representaciones son comparadas o tomadas como el resultado de un objeto de la realidad - Las cuadrículas de fondo sirven para comparar el tamaño de las figuras en cuanto a las medidas de sus lados, pero los ángulos no son tenidos en cuenta ni mencionados en ningún momento, ya que se está privilegiando la aprehensión perceptiva. - El cambio de anclaje se da solamente con algunas figuras, al momento de argumentar una semejanza, reconociéndose el cuadrado y el triángulo, pero con este último no se da una caracterización.

El cambio de anclaje de lo figural a lo discursivo regularmente se da con figuras conocidas para el estudiante, aquellas que se han convertido en estereotipo, en tanto que las propiedades empleadas para la argumentación carecen de rigor matemático.

Tabla 7. El contraste de las hipótesis y lo que se esperaba de la actividad inicial de la ATE.

<ul style="list-style-type: none"> -La reorganización perceptiva de una figura dada al estudiante lo lleva a realizar trazos auxiliares. -Cuando se realiza una reconstrucción el estudiante acude al empleo de líneas divisorias de una figura empleando la altura como una invariante, pero no la mencionan al momento de argumentar. -Cuando el estudiante realiza una reconfiguración basa sus argumentos en las operaciones hechas sobre las figuras utilizando propiedades como la altura para argumentar. -Diseñar y construir una figura a partir de unas condiciones dadas implica articular los procesos de visualización (percepción, discurso y operación) 	
Lo esperado	Lo encontrado
<ul style="list-style-type: none"> -Descomponer una figura dada para construir otra que conserve el mismo tamaño. Utilizar las relaciones entre las líneas que conforman la figura y las medidas de los ángulos en una representación bidimensional, para argumentar la conservación del tamaño. 	<ul style="list-style-type: none"> - se emplean trazos auxiliares que permiten reconfigurar o reorganizar las figuras dadas, aunque ese trazo sea 1D al momento de nombrar las figuras se privilegian las formas 2D. - Se identifican nuevas configuraciones internas en las figuras dadas pero no se relacionan los elementos que las componen, por tanto no pueden evidenciarse relaciones intrafigurales

De acuerdo con lo encontrado en esta actividad puede verse que la aprehensión perceptiva es necesaria para poder analizar una representación figural pero no es suficiente para realizar y argumentar una reconfiguración, esto hace que el estudiante aplique algún tipo de operación como un trazo o un deslizamiento que le permite llegar a una nueva configuración y posteriormente anclar estos descubrimientos al discurso.

Tabla 8. Contraste de las hipótesis y lo esperado para el reto y sus tareas en la ATE.

Lo esperado	Lo encontrado
<ul style="list-style-type: none"> - Cuando el estudiante emplea únicamente la percepción para modelar el espacio se pierde la proporción entre las partes correspondientes. - Emplear el discurso para describir una configuración de semejanza permite razonar acerca de las propiedades de construcción y las de las figuras - Representar figuras en elementos 3D permite que el estudiante pase de la percepción cualitativa a lo cuantitativo cuando compara figuras a partir de la superposición o de la yuxtaposición. - El estudiante utiliza la razón entre segmentos para establecer relaciones de semejanza entre figuras pasando de unidades figurales de orden 2D a las 1D para explicar sus razonamientos. 	
<ul style="list-style-type: none"> - Identificar formas semejantes al relacionar objetos reales con representaciones en maqueta. - Utilizar las relaciones entre las líneas que conforman la figura con el objeto representado. - Utilizar la razón entre segmentos correspondientes en dos o más representaciones. - Establecer relaciones interfigurales al emplear representaciones estáticas y dinámicas en la solución a un problema. 	<ul style="list-style-type: none"> - El estudiante reconoce que las propiedades cualitativas obtenidas a partir de la percepción son insuficientes para relacionar objetos con la misma forma pero diferente tamaño, por tanto acude a la medida estableciendo relaciones entre unidades figurales 1D/3D - El estudiante establece una escala para representar figuras semejantes, aunque presenta dificultad cuando las unidades de partida no son exactas y tiende a redondearlas. - El estudiante emplea la razón entre segmentos correspondientes de dos o más figuras para evitar que las medidas que en objeto representado son iguales no lo sean en la representación y se pierda la forma. - El estudiante establece relaciones interfigurales a partir de los segmentos correspondiente en las figuras acudiendo a representaciones estáticas y dinámicas que permiten dar solución al problema.

Dados los anteriores resultados durante el desarrollo de la ATE se encuentra que:

Las formas tradicionales de presentar las figuras descansando sobre una base o de forma horizontal se constituyen en un obstáculo para identificar figuras semejantes o iguales en dos o más configuraciones y esto se ve reflejado cuando la figura transformada se presenta rotada quizá por el tipo de visualización icónica privilegiada (Duval, 2016).

Para que el estudiante pueda identificar invariantes y relacionar figuras las tareas que el profesor propone no deben estar enfocadas únicamente al reconocimiento de figuras sino

a la caracterización de estas a partir de los elementos que las componen. El cambio de anclaje se da con mayor facilidad cuando se emplean figuras conocidas para que el estudiante, aunque muchas de las propiedades empleadas para la argumentación carecen de rigor matemático.

El trazo auxiliar en las representaciones figurales permite que el estudiante realice reconfiguraciones con mayor facilidad, pero esto se logra con tareas progresivas donde la percepción no es suficiente. Al momento de realizar los trazos auxiliares los estudiantes tienden a favorecer las representaciones 1D/3D por falta de familiarización en el manejo de Geogebra, es decir prefieren trazar una línea sobre una hoja de papel.

GeoGebra permite que el estudiante interactúe con los elementos que componen las figuras porque el deslizamiento y la superposición facilitan la reconstrucción y la información que presenta su menú sirve para ampliar el lenguaje matemático. El diseño de una maqueta con base en una casa obliga al estudiante a pasar de la percepción puramente cualitativa al empleo de las medidas y operaciones matemáticas, para articular las partes con el todo y esto se ve reflejado por ejemplo cuando mide alturas, largo y ancho, además lo lleva a realizar tareas de superposición para comparar ángulos y lados, tareas de yuxtaposición para comparar longitudes, deconstrucción dimensional para explicar las propiedades de las figuras, preferiblemente unidades figurales de orden 1D para explicar las propiedades.

Conclusiones

Al momento de proponer un diseño el profesor debe tener muy claras las intenciones teóricas de este, no es suficiente con definir bien las metas de aprendizaje, estas últimas deben estar en estrecha relación con las tareas de aprendizaje, que deben favorecer el desarrollo de habilidades de visualización, que estén encaminadas no solamente al reconocimiento de figuras y formas, sino que se centre en las propiedades de las representaciones figurales, actividades en las cuales se busque que el estudiante describa una forma por sus propiedades de construcción y no por el parecido con objetos ni representaciones icónicas tradicionales.

La actividad Tecnológica Escolar sirve como estrategia didáctica potente puesto que para su desarrollo deben ponerse en juego elementos de la tecnología y las matemáticas, que articulados permiten la construcción de la maqueta y la modelación de sus elementos con GeoGebra, software con el que se pueden hacer las representaciones y la manipulación dinámica de los elementos que las componen, las tareas los llevan a emplear estrategias de análisis y construcción, tareas que permiten que el estudiante construya con sus manos, analice lo que está haciendo, tome decisiones al respecto y se comprometa con lo que hace, este tipo de trabajo centra la atención del estudiante, lo conduce a visualizar, a reconocer

propiedades de formación resultado de la construcción, su importancia no radica únicamente en las metas o en las tareas sino en la articulación de las dos en las intenciones de formación.

La aprehensión discursiva por parte del estudiante se da al manipular los elementos 1D que componen las representaciones figurales privilegiadas para modelar la casa, en las cuales se relacionan las medidas de los segmentos haciendo uso de la proporcionalidad lo que se constituye en un control lógico de las figuras (Clemente et al., 2017). Los estudiantes puedan relacionar elementos de la geometría con elementos de la tecnología por medio de construcciones y modelaciones. Cuando el estudiante representa las partes de su casa por medio de GeoGebra acude necesariamente a la estrategia de diseño puesto que debe organizar las partes de su casa en una representación, optando por definir el camino para su construcción a partir de líneas o figuras de acuerdo a unas formas identificadas, plasmando formas concretas para su construcción.

Para abordar la semejanza de figuras a través de un dispositivo didáctico es necesario relacionar teorías de visualización, de semejanza, su enseñanza y de tecnologías, para poder articular metas con tareas que favorezcan la visualización como actividad cognitiva, porque es un proceso que permite acceder a los objetos a partir de sus representaciones y la manipulación que se hace de estas. A partir de los planteamientos hechos por Duval (2016) y lo encontrado a partir de la actividad diagnóstico, los niños parten de la aprehensión perceptiva, prevaleciendo la visualización icónica, dado que, al estar enfrentados a la representación de un triángulo y un rectángulo yuxtapuestos, rápidamente la asocian con la representación de la casa y no centran sus intereses en describir propiedades o aspectos relacionados con el tamaño y la forma. Al momento de realizar los trazos auxiliares los estudiantes tienden a favorecer las representaciones 1D/3D por falta de familiarización en el manejo de GeoGebra, es decir prefieren trazar una línea sobre una hoja de papel que hacerlo por medio del programa.

Referencias

- Bisquerra, R., Dorio, I., Gomez, J., Latorre, A., Martinez, F., Massot, I., & Mateo, J. (2009). *Metodología de Investigación Educativa*. Madrid: La Muralla S.A.
- Clemente, F., Llinares, s., & Torregosa, G. (2017). Visualización y razonamiento configural. *Revista Latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 497-516.
- Collective, D.-B. R. (2003). Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5-8.
- Duval, R. (1998). *Semiosis y pensamiento humano*. Cali: Grupo de educación matemática.
- Duval, R. (2010). Los cambios de mirada necesarios sobre las figuras. *Tecne, episteme y didaxis*, 108-129. Obtenido de <https://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/TED/article/download/998/1011/0>

- Duval, R. (2016). *Las Condiciones Cognitivas del Aprendizaje de la Geometría. Desarrollo de la Visualización, Diferenciaciones de los Razonamientos, Coordinación de sus Funcionamientos*. Bogota.
- Escudero, I. (2003). *La Relación Entre Conocimiento Profesional Del Profesor De Matemáticas De Enseñanza Secundaria Y Su Práctica. Las Semejanza Como Objetivo De Enseñanza-Aprendizaje*. Sevilla: Universidad de Sevilla.
- GeoGebra.org. (22 de agosto de 2022). *Geogebra Para Enseñar y Aprender Matemáticas*. Obtenido de <https://www.geogebra.org/>
- Gravemeijer, K., & Cobb, P. (2006). *Design research from a learning design perspective*. London: Routledge. doi:<https://doi.org/10.4324/9780203088364>
- Hernandez Sampieri, R., Fernandez, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. México: McGrawHill.
- Lemonidis. (1991). Analyse et réalisation d'une expérience d'enseignement de l'homothétie. *Didactique des Mathématiques*, 295-324.
- Marmolejo, G. (2014). *Desarrollo de la visualización a través del área de superficies planas. Análisis de libros de texto colombianos y españoles*. Salamanca: Universidad De Salamanca. Obtenido de https://gredos.usal.es/bitstream/handle/10366/125728/DDMCE_MarmolejoAveniaGA_Desarrollodelavisualizaci%c3%b3n.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Marmolejo, G., & Vega, M. (2012). la visualización en las figuras geométricas. Importancia y complejidad de su aprendizaje. *Educación Matemática*, 7-32. Obtenido de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262012000300002
- Ministerio de Educacion Nacional . (1998). *Lineamientos Curriculares en Matematicas* . Bogota D.C: Ministerio de Educacion Nacional .
- Ministerio de educacion Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matematicas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educacion Nacional. (2008). *Orientaciones Generales para la educacion en Tecnología: Ser competente en tecnología: ¡una necesidad para el desarrollo!* Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Quintana, A., Paez, j., & Tellez, P. (2018). Actividades tecnológicas escolares: un recurso didáctico para promover una cultura de las energías renovables. *Pedagogía y saberes*, 43-57.
- Quintana, A. (2015). Didáctica de la tecnología. Manuscrito inédito. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas
- Rinaudo, M. C., & Donolo, D. (2010). Estudios de diseño. Una perspectiva prometedora en la investigación educativa. *Revista de Educación a Distancia (RED)*, (22). Recuperado a partir de <https://revistas.um.es/red/article/view/111631>
- Torregosa, G., & Quesada, H. (2007). coordinacion de procesos cognitivos en geometría. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 275-300.